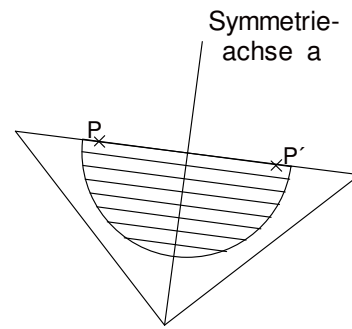


GRUNDWISSEN Jahrgangsstufe 7

Achsenspiegelung:

Grundeigenschaften:

1. Die Verbindungsstrecke von einem Punkt P und seinem Bildpunkt P' wird von der Symmetrieachse a senkrecht halbiert.
2. Die Punkte auf der Symmetrieachse – und nur diese – sind von einem Punkt und seinem Spiegelpunkt gleich weit entfernt.



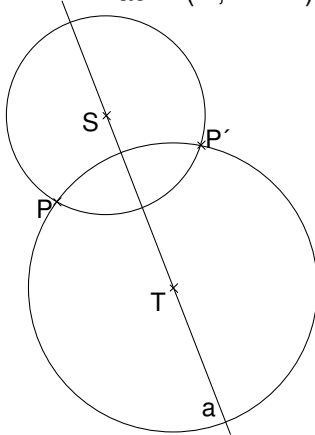
1. Hauptkonstruktion:

Geg.: Punkt P ; Symmetrieachse a

Ges.: Spiegelpunkt P'

Lös.: Wähle zwei beliebige Punkte S und T auf a .

- P' liegt
1. auf $k(S; r = \overline{SP})$
 2. auf $k(T; r = \overline{TP})$

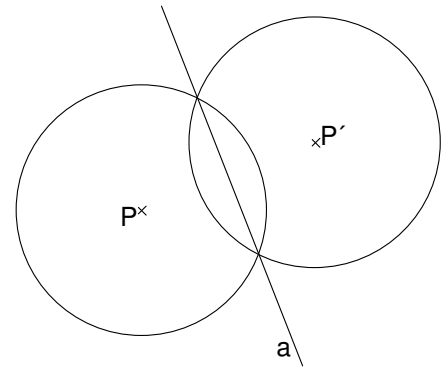


2. Hauptkonstruktion:

Geg.: Punkt P ; Spiegelpunkt P'

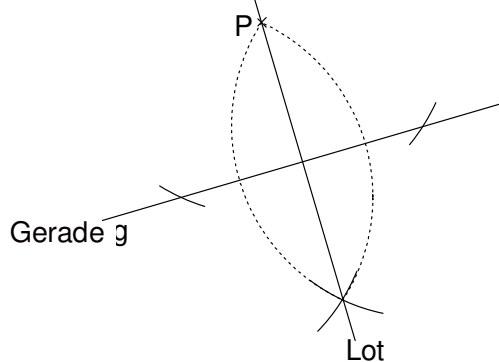
Ges.: Symmetrieachse a

Lös.: Gleich große Kreise um P und P' schneiden sich in Punkten, die auf der Achse liegen.

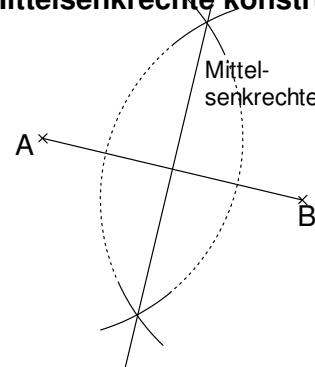


Grundkonstruktionen:

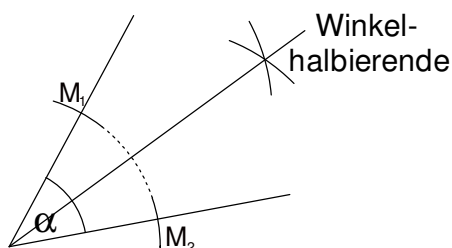
„Lot fällen“ von P auf g :



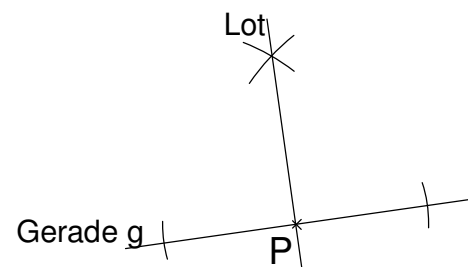
Strecke $[AB]$ halbieren, d.h. Mittelsenkrechte konstruieren:



Winkelhalbierende:



„Lot errichten“ im Punkt $P \in g$, d.h. 180° -Winkel halbieren:



Punktspiegelung:

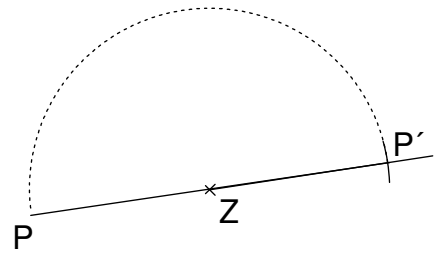
Hauptkonstruktion:

Geg.: Punkt P; Zentrum Z

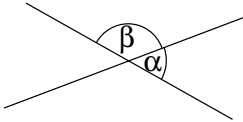
Ges.: Bildpunkt P'

Lös.: Die Strecke [PZ] über Z hinaus verlängern.

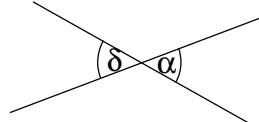
Der Kreis $k(Z; r = \overline{ZP})$ schneidet die Verlängerung im Punkt P'.



Winkel an einer Geradenkreuzung:

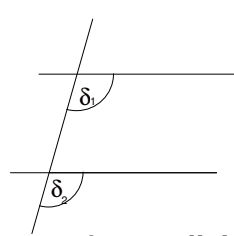


Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°

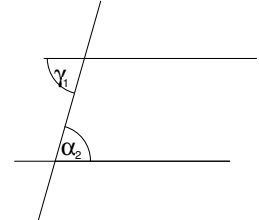


Scheitelwinkel sind gleich groß

Winkel an einer Doppelkreuzung:



An **parallelen** Geraden gilt:
Stufenwinkel (F-Winkel) sind gleich groß



Wechselwinkel (Z-Winkel) sind gleich groß

Winkelsummen:

In jedem **Dreieck** der Zeichenebene ist die Summe der Innenwinkel genau 180° . $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

In jedem **Viereck** der Zeichenebene ist die Summe der Innenwinkel genau 360° . $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

Gleichschenkliges Dreieck:

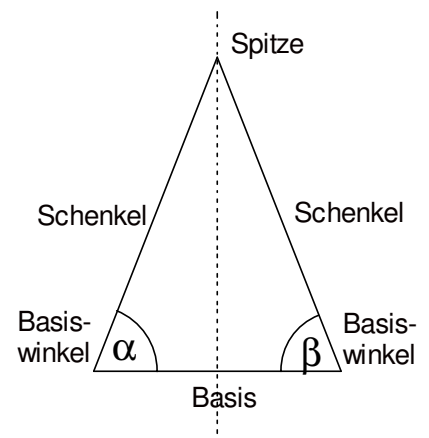
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenklig. Jedes gleichschenklige Dreieck ist achsensymmetrisch. Die beiden gleich langen Seiten heißen Schenkel, die dritte Seite heißt Basis des gleichschenkligen Dreiecks.

Basiswinkelsatz:

Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann sind die beiden Basiswinkel gleich groß.

Auch die **Umkehrung des Basiswinkelsatzes** gilt:

Wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, dann ist das Dreieck gleichschenklig.

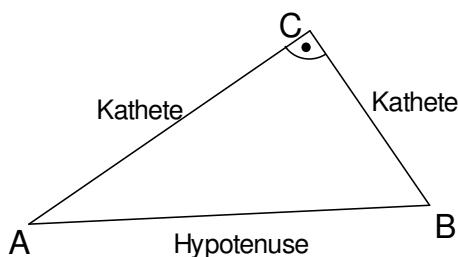


Spezialfall: Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt **gleichseitiges Dreieck**. Jeder Innenwinkel misst dann 60° .

Rechtwinkliges Dreieck:

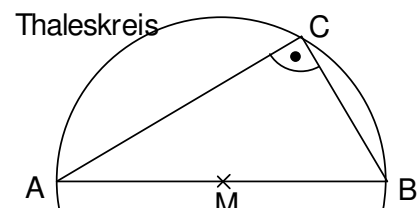
Ein Dreieck mit einem 90° -Winkel heißt rechtwinklig.

Die längste Dreiecksseite heißt Hypotenuse, die beiden kürzeren Seiten Katheten.



Satz des Thales:

Liegen die Ecken eines Dreiecks so auf einem Kreis, dass eine Dreiecksseite Kreisdurchmesser ist, so ist das Dreieck rechtwinklig.



Kongruenzsätze:

Dreiecke sind schon kongruent, wenn sie

1. in drei Seiten übereinstimmen (SSS)
2. in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel übereinstimmen (SWS)
3. in einer Seite und zwei anliegenden Winkeln übereinstimmen (WSW)
4. in einer Seite, einem anliegenden Winkel und dem Gegenwinkel übereinstimmen (SWW)
5. in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen (SsW)

Besondere Linien eines Dreiecks:

Die Mittelsenkrechten: ($m_a; m_b; m_c$)

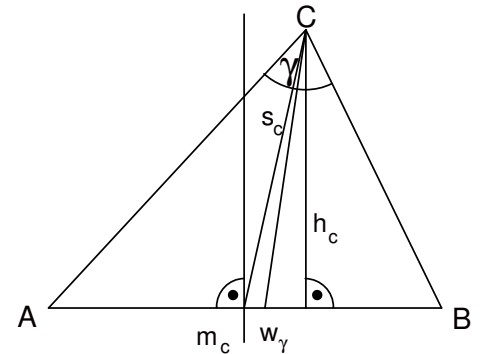
Sie sind von je zwei Ecken gleich weit entfernt. Alle drei Mittelsenkrechten schneiden sich im Umkreismittelpunkt.

Die Winkelhalbierenden: ($w_\alpha; w_\beta; w_\gamma$)

Ihre Punkte haben von je zwei Seiten den gleichen Abstand. Die drei Winkelhalbierenden schneiden sich im Inkreismittelpunkt.

Die Seitenhalbierenden: ($s_a; s_b; s_c$)

Sie verbinden je eine Ecke mit dem Mittelpunkt der Gegenseite. Die drei Seitenhalbierenden schneiden sich im Schwerpunkt des Dreiecks



Die Höhen ($h_a; h_b; h_c$)

sind die Lote, die von einer Ecke auf die Gegenseite oder deren Verlängerung gefällt werden. Alle drei Höhen schneiden sich in einem Punkt.

Termumformungen:

Mit Hilfe der Rechengesetze kann man Terme in äquivalente (gleichwertige) Terme umformen.

Addieren und Subtrahieren: Nur gleichartige Terme dürfen zusammengefasst werden!

z.B. $7a - 4a - 2a = 1a = a$; $5x^2 + 4x - 2x^2 = 3x^2 + 4x$; (weiter kann man nicht zusammenfassen!)

Multiplizieren:

$a^3 = a \cdot a \cdot a$; $2x^2 \cdot 3x^3 \cdot y = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot y = 6x^5y$; $(-3a)^2 \cdot (-2a)^3 = 9a^2 \cdot (-8a^3) = -72a^5$;

Klammerregeln: Distributivgesetz: $a \cdot (b+c) = ab + ac$;

$a \cdot (2a - 3a^2 + 4b) = 2a^2 - 3a^3 + 4ab$; $(-2x) \cdot (-x + 3x^2 - 1) = 2x^2 - 6x^3 + 2x$;

$-(3c - 5c^2) = (-1) \cdot (3c - 5c^2) = -3c + 5c^2$; $2s - 2(r - s) = 2s - 2r + 2s = -2r + 4s$;

Produkte von Summen: $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$;

$(2a - 3) \cdot (4b + 5) = 8ab + 10a - 12b - 15$; $(-x + 1) \cdot (2x^2 - 1) = -2x^3 + x + 2x^2 - 1$;

$7x - (2x - 3) \cdot (x - 5) = 7x - (2x^2 - 10x - 3x + 15) = 7x - 2x^2 + 10x + 3x - 15 = -2x^2 + 20x - 15$;

Lösen von Gleichungen:

$$3x + 4(x + 1) = 3(2 - x) - 22;$$

Beide Seiten getrennt vereinfachen

$$3x + 4x + 4 = 6 - 3x - 22;$$

$$7x + 4 = -3x - 16; \quad | + 3x$$

Alle x-Terme auf eine Seite bringen

$$10x + 4 = -16; \quad | - 4$$

x isolieren

$$10x = -20; \quad | : 10$$

$$x = -2;$$

Lösung

$$L = \{-2\}$$

Lösungsmenge angeben, falls verlangt

Die Zinsformel:

Ein Kapital K bringt bei einem Zinssatz von p% in t Tagen Zinsen Z in Höhe von $Z = p\% \cdot K \cdot \frac{t}{360}$;